$$\begin{cases} x+y=a+b \\ a/x+b/y=2 \end{cases}$$

$$y=a+b-x$$

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{a+b-x}=2$$

$$a^2+ab-ax+bx=2\left(ax+bx-x^2\right)$$

$$2x^2-\left(3a+b\right)x+a^2+ab=0$$

$$D=\left(3a+b\right)^2-8a^2-8ab=\left(a-b\right)^2$$

$$x_{1,2}=\frac{3a+b\pm\left|a-b\right|}{4}$$

$$y_{1,2}=\frac{3b+a\mp\left|a-b\right|}{4}$$

1) $a>b\Rightarrow$

$$x_1=a, y_1=b,$$

$$x_2=\frac{a+b}{2}, y_2=\frac{a+b}{2}$$

2) $a<b$

$$x_2=a, y_2=b,$$

$$x_1=\frac{a+b}{2}, y_1=\frac{a+b}{2}$$

3) $a=b$

$$x=a=b=y$$

So, in general we have 2 solutions: $x=a, y=b$ $x=y=\frac{a+b}{2}$ in any case.